

スタッドの静的加力実験とその解析 (その2) 角スタッドのシミュレーション解析

正会員 ○小林 俊夫*

角スタッド	静的加力実験	剛性低下
初期不整	偏心軸加力	付加歪度

1はじめに

前報で報告した角スタッドに対する加力実験によると、加力レベルが低い場合は剛性がカタログ値(文献¹⁾)の断面性能を用いた理論解と良好な一致を見るのに対し、加力レベルが増大すると徐々に剛性が低下するという現象が確認された。本報では仮説を導入してそれに基づいたシミュレーション解析結果を報告する。

2仮説

ここでは次のような仮説を設定する。

断面二次モーメントは作用する曲げモーメントに比例して低減する(図2参照)。

この仮説の原因として、角スタッドを構成する各面に製作誤差及び運搬時や施工時の外力による微小な面外変位が存在することが想定される。この面外変位の存在により圧縮フランジに相当する面には局所的な偏心圧縮力による曲げ変位が生じ、その結果材軸方向に縮みが発生する(文献²⁾)。この縮みが本来の圧縮力による軸歪に累加し、見かけの断面二次モーメントの低下をもたらす。

3定式化及び解析結果

前記の仮説に従い、断面二次モーメントを(1)式で表記する。その際、係数 β の無次元化を目的として曲げモーメント $M(x)$ を弾性限モーメント M_y で基準化している。

$$\begin{aligned} I_M &= I_0(1 - \beta(M(x)/M_y)) = I_0(1 - \beta \times P_x / (\sigma_y z)) \\ &= I_0(1 - \beta \times PL / (\sigma_y z) \times (x/L)) = I_0(1 - \alpha \times (x/L)) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに β は本法による解析結果を実験結果に合うようにする最適化の目標無次元パラメータである。 α と γ は β と物性や幾何学的条件などの既知のパラメータにより次式で与えられる。

$$\alpha = \beta \times PL / (\sigma_y z), \quad \gamma = \beta \times L / (\sigma_y z), \quad \text{従って } \alpha = \gamma P$$

図1を参考に、曲げの釣り合い式は(2)式で与えられる。

$$d^2y(x)/dx^2 = -M(x) / EI_M = P x / (EI_0(1 - \alpha x/L)) \quad (2)$$

この微分方程式を $dy(L)/dx = 0, y(0) = 0$ の境界条件で解くと(3)式が得られる(文献³⁾)。

$$\begin{aligned} y(x) &= (P/EI_0)((1/(-\alpha/L)^3)[(-\alpha/L)^2 x^2 / 2 \\ &\quad - (-\alpha x/L + 1)\{\ln(-\alpha x/L + 1) - 1\} \\ &\quad - \alpha x/L \{\alpha + \ln(1 - \alpha)\} - 1] \end{aligned} \quad (3)$$

従って中央の変位は(4)式で与えられる。

$$y(L) = (PL^3/EI_0) \{(1/\alpha^3) \ln(1 - \alpha) + (1/\alpha^2) \ln(1 + \alpha/2)\} \quad (4)$$

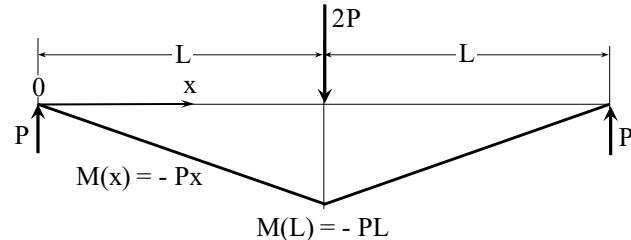


図1 曲げ解析モデル

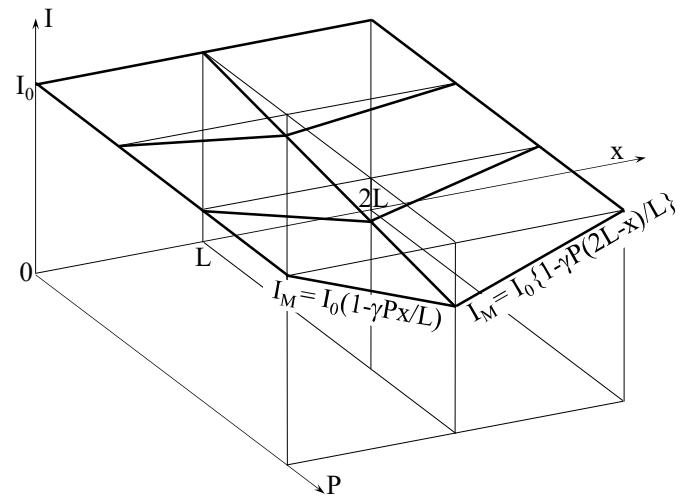


図2 断面二次モーメントの低減モデル

こうして求められた解析結果を実験結果と併記して図3及び4に示す。 β の最適化は図の重ね書きを目視で判断しながら実施した。最適化された各 β を図中に示す。

4(1)式に関する考察

圧縮フランジのみを取り出し、角スタッドに作用する曲げ応力の内、圧縮応力として初期不整 $\eta_0(x)$ による偏心軸力を受ける曲げ材としてモデル化すると、その釣り合い方程式は図5を参照して(5)式のようになる。

$$d^2(Y(u) - \eta_0(u))/du^2 = -M_f(u) / EI_f = -N Y(u) / EI_f \quad (5)$$

この微分方程式を $\Lambda^2 = N/EI_f$ を用いて、 $Y(0) = 0, Y(2L) = 0$ の境界条件で解くと(6)式が得られる。

$$Y(u) = e/(1 - n) \sin \Lambda_E u \quad (6)$$

ここで、パラメータの添え字_(E)は Euler 座屈時の値を表し、 $n = N / N_E$ とする。これより中央における弾性変形量 a は(7)式で与えられる

$$a = \eta(L) = Y(L) - \eta_0(L) = e / (1 - n) - e = e n / (1 - n)$$

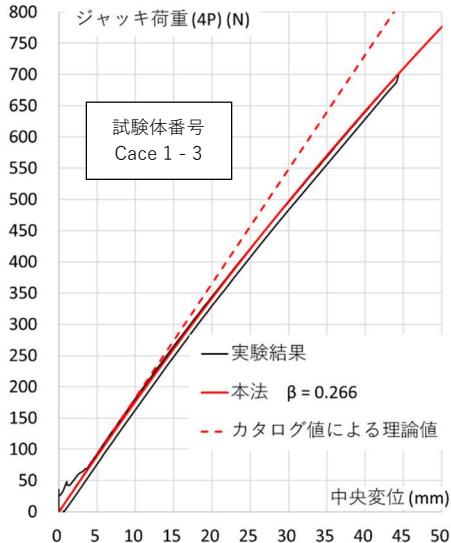


図3 4565の実験結果と解析結果

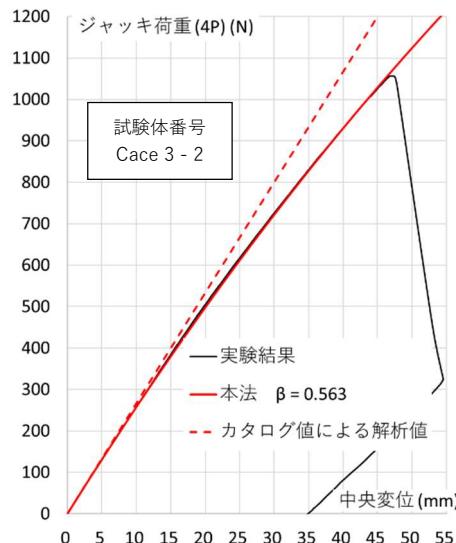


図4 45100の実験結果と解析結果

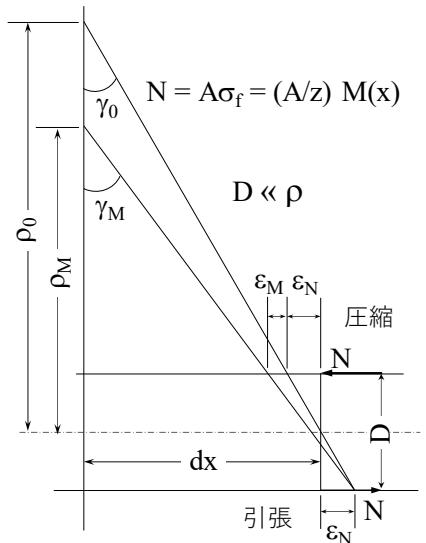


図6 軸歪度と曲率半径の関係

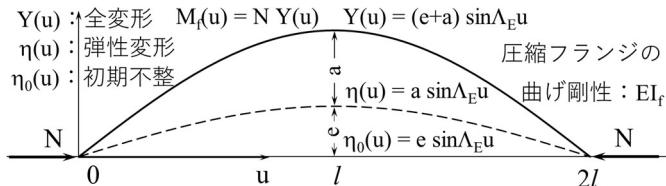


図5 圧縮フランジの偏心軸加力解析モデル

$$\approx e n = e N / N_E \quad (n \ll 1) \quad (7)$$

一方、曲げ変形に伴う節点間縮み量 (Δl) による見かけ上の軸歪 ϵ_M は(8)式で与えられ（文献²⁾）、(9)式が得られる。

$$\epsilon_M = \Delta l / (2l) = (\pi a / (2 \times 2l))^2 \quad (8)$$

$$\epsilon_M = (\pi e N / (N_E \times 4l))^2 = (\pi e / (4N_E))^2 N^2 = \psi N^2 \quad (n \ll 1) \quad (9)$$

但し、簡単のために $\psi = (\pi e / (4N_E))^2$ と表記した。

ここで定性的な傾向を見るため $\epsilon_N >> \epsilon_M$ の範囲に注目すると、曲げモーメント M とフランジ軸力 N の関係は、断面係数 z とフランジの断面積 A を用いて(10)式となる。

$$M(x) = \sigma_f \times z \quad N = A \sigma_f = (A/z) M(x) \quad (10)$$

圧縮応力による軸応力度と軸歪度をそれぞれ σ_N , ϵ_N とすると、各々は(11)式で与えられる。

$$\sigma_N = N/A, \quad \epsilon_N = N / (EA) \quad (11)$$

図6を参照し $D \ll \rho$ を考慮すると、

$$\gamma_0 = 2\epsilon_N / D = dx / \rho_0 \quad \text{従って、} D dx = \rho_0 \times 2\epsilon_N$$

$$\gamma_M = (2\epsilon_N + \epsilon_M) / D = dx / \rho_M \quad \text{従って、} D dx = \rho_M \times (2\epsilon_N + \epsilon_M)$$

この両者より $D dx = \rho_0 \times 2\epsilon_N = \rho_M \times (2\epsilon_N + \epsilon_M)$ が得られる。

$$\begin{aligned} \rho_M / \rho_0 &= 2\epsilon_N / (2\epsilon_N + \epsilon_M) \equiv 1 - \epsilon_M / 2\epsilon_N = 1 - \psi N^2 / (2N / (EA)) \\ &= 1 - (\psi EA / 2) N = 1 - (\psi EA / 2) (A/z) M(x) \\ &= 1 - (\psi EA^2 / (2z)) M(x) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $M(x) = EI_0 / \rho_0 = EI_M / \rho_M$ より

$$I_M = I_0 \times \rho_M / \rho_0 = I_0 (1 - (\psi EA^2 / (2z)) M(x)) \quad (13)$$

即ちモーメントによる曲げ剛性の低下分は $M(x)$ に比例することが予想され、(1)式の表現の妥当性が期待される。

5 まとめ

角スタッドに対する曲げ実験結果として初期剛性はカタログ値の断面性能を用いた剛性とよく一致しているが加力レベルの増加に伴い剛性が徐々に低下するという特性が得られた。この原因として高レベル加力時に圧縮フランジに観察される連続波状座屈変形に注目し、低加力レベル時でも不整偏心を原因とした偏心軸力による曲げ変形が圧縮フランジに発生し、その効果として見かけ上軸歪が増大すると仮定して検討した。検討に際しては定性的な傾向をとらえるため単純化した力学モデルを想定した。初期不整偏心量 e と曲げ剛性低下を表す指標である β との関係を定量的に評価するためにはより詳細な解析が必要である。そして、 β はランダムな初期不整量に依存するので個材ごとにばらつきが大きいことが予想される。

低加力レベル時の圧縮フランジの曲げ変形の原因としてここでは不整偏心を想定したが、加力レベルが増大すると歪エネルギー最小化の法則（文献⁴⁾）により徐々に連続座屈モードに収束することが同様の実験結果で観察されている。この現象の詳細は文献⁵⁾で報告されている。

参考文献

- 桐井製作所 HP, 「https://www.kirii.co.jp/download/dw/catalog/koseish_itaji/book/index.html#target/page_no=84」（参照 2023.3.22）
- 小林俊夫：節点間縮み量と最大振幅との関係、日本建築学会大会学術講演梗概集(北陸), 材料施工, pp.1453-1454, 2019.9
- 森口繁一, 宇田川鉢久, 一松信：岩波数学公式 I 微分積分・平面曲線, 岩波書店, 1997年2月5日 第16刷
- S.Timoshenko, S.Woinowsky-Krieger : Theory of Plates and Shells, McGRAW-HILLS BOOK COMPANY, INC., 1959
- 小林俊夫：乾式間仕切り壁の面外加力実験（その2）角スタッドの連続波状座屈耐力評価、日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), 材料施工, pp.1089-1090, 2018.9