20469

日本建築学会大会学術講演梗概集
（中国） 2017 年 8 月

天井の耐震性に関する研究

（その 14）曲げ振り座屈耐力評価

正会員　〇小林 俊夫*1

キーワード：耐震天井、Euler 座屈、振り座屈

1. はじめに

耐震天井の性能高度化を目的としてブレース上部接続金具の耐力・剛性を高くした結果、接続部周辺が局所的に剛体的挙動をするようになったため、ブレースの Euler 座屈が強制振りを誘発し、その結果ブレースが曲げ振りで終局耐力となるケースが見られるようになった（前報その 13）。

本報ではその現象を解析的に表現し、振り座屈発生限界の評価方法を提案する。

２．エネルギーの釣り合いから求める座屈条件

2.1 Euler 座屈の場合

両端ピンで部材長が L のブレースの座屈形状は

$$y(x) = a \sin(\pi/L)x \qquad （但し、a<<L） \tag{1}$$

で与えられる。図 1 を参考に、

$$dl^2 = dx^2+dy^2$$

$$\rightarrow\ dl = SQRT(dx^2+dy^2) \fallingdotseq (1+ (dy(x)/dx)^2/2)\ dx$$

を考慮し、Euler 座屈による支点間の縮み量 ΔL_1 は

$$\Delta L_1 = \int dl - L = \int SQRT(dx^2 + dy^2) - L$$

$$\fallingdotseq \int (1+ (dy(x)/dx)^2/2)\ dx - L = \pi^2a^2/(4L) \tag{2}$$

となる（図 1 参照）。

一方､長さ dx 間の歪エネルギー $d\mathbf{E}_E$ は(3)式で与えられる。

$$d\mathbf{E}_E = (EI/2)(d^2y(x)/dx^2)^2dx \tag{3}$$

ここに、E：ヤング率、I：断面二次モーメント

全長での歪エネルギー $\mathbf{E}_E$ は(4)式となる。

$$\mathbf{E}_E = \int d\mathbf{E}_E = \int (EI/2)(d^2y(x)/dx^2)^2dx$$

$$= \pi^4a^2\ EI/(4L^3) \tag{4}$$

これらを用いて、外力がなした仕事と内部歪エネルギーの等値から Euler 座屈荷重 P_E が(5)式で与えられる。

$$P_E \times \Delta L_1 = \pi^4a^2EI/(4L^3)\ \rightarrow\ P_E \times \pi^2a^2/(4L) = \pi^4a^2\ EI/(4L^3)$$

$$P_E = \pi^2EI/L^2 \tag{5}$$

2.2 曲げ振り座屈の場合

ブレースの上下端とも振りに対する反り拘束のない単純支持の場合に、上端に強制振り(M_T)を作用させた場合の振り剛性を求める。

振りの釣り合い式は(6)式で与えられる（文献 1）参照)。

$$-d^3\eta(x)/dx^3 + \alpha^2 d\eta(x)/dx = M_T/(EC_W) \tag{6}$$

この振り角 η(x)に関する微分方程式の一般解は未定係数 C_1、C_2、C_3 を用いて(7)式となる。

$$\eta(x) = C_1 + C_2\exp(\alpha x) + C_3\exp(-\alpha x) + (M_T/(GJ_T))x \tag{7}$$

ここに、　C_W：反り振り定数、J_T：サンブナン振り定数、
G：せん断弾性係数、$\alpha = SQRT(GJ_T/(EC_W))$

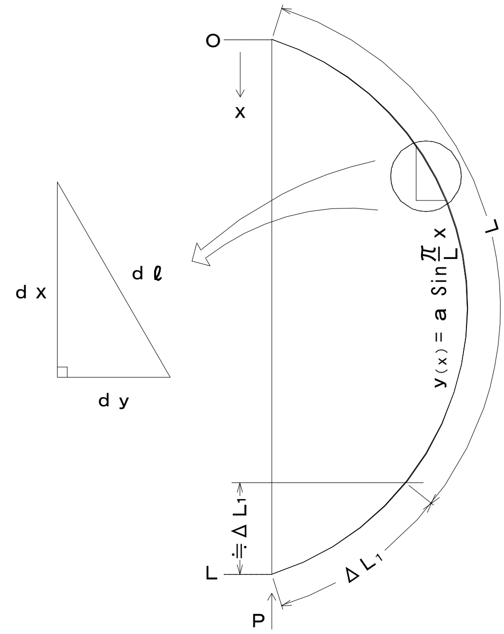

図１　Euler 座屈の変形モード

境界条件（$\eta(0) = 0$、$d^2\eta(0)/dx^2 = 0$、$d^2\eta(L)/dx^2 = 0$）より $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ となり、η(x) が(8)式のように得られる。

$$\eta(x) = (M_T/(GJ_T))x \quad \rightarrow \quad \eta_0 = \eta(L) = M_TL/(GJ_T) \tag{8}$$

これらを用いて、振り剛性 K_T が(9)式のように得られ、振りによる内部歪エネルギー $\mathbf{E}_T$ は(10)式で与えられる。

$$K_T = M_T/\eta_0 = GJ_T/L \tag{9}$$

$$\mathbf{E}_T = (1/2)\ K_T\eta_0^2 = (1/2)(GJ_T/L)\eta_0^2 \tag{10}$$

Euler 座屈のケースに倣い、曲げ振り変形時の支点間の縮み量 ΔL を求める。

$$\eta(x) = (\eta_0/L)x\ \rightarrow\ d\eta(x)/dx = \eta_0/L \tag{11}$$

より、図３を参考にすると、

$$A_3B_1^2 = A_3A_1^2 + A_1B_1^2 = A_3A_1^2 + AB^2$$

$$= A_3A_1^2 + AC^2 + BC^2 \tag{12}$$

であるが、

$$A_3A_1 = A_3A_2 + A_2A_1$$

において

$$A_3A_2 = \eta'(x)\ dx \times y'(x)\ dx = \eta'(x) \times y'(x) \times dx^2$$

となって、dx に関して２次の微小量となるので、

$A_3A_2 \Rightarrow 0\quad (dx \rightarrow 0)$ 従って $A_3A_1 \Rightarrow C_2C_1$（$dx \rightarrow 0$）

となる。その結果、(12)式より

$$dl_1^2 = (y(x) \times d\eta(x))^2 + dx^2 + dy^2 \tag{13}$$

$$\Delta L = \int dl_1 - L \fallingdotseq \int((y(x) \times d\eta(x)/dx)^2/2+1+ (dy/dx)^2/2)\ dx - L$$

$$= \int((y(x) \times \eta_0/L)^2/2)dx(= \Delta L_2) + \int((dy/dx)^2/2)dx\ (= \Delta L_1)$$

$$= \Delta L_2 + \Delta L_1 \tag{14}$$

Study on Aseismic Ceiling
(Part 14) Flexural-Torsional Buckling Capacity

KOBAYASHI Toshio

ここに、 ΔL_1：Euler 座屈による支点間の縮み量（前出）
ΔL_2：頂部強制振り(η_0)による支点間の縮み量

上記 ΔL_2 の積分を実行すると(15)式が得られる。

$$\Delta L_2 = (\eta_0 a)^2/(4L) \tag{15}$$

振り座屈荷重 P_T も外力がなした仕事と内部歪エネルギーの等値（(16)式）から(17)式で与えられる。

$$P_T \times \Delta L_2 = \mathbf{E}_T \ \rightarrow \ P_T \times (\eta_0 a)^2/(4L) = (1/2)(GJ_T/L)\eta_0^2 \tag{16}$$

$$P_T = 2GJ_T/a^2 \tag{17}$$

Euler 座屈荷重より振り座屈荷重が小さいとき振り座屈が発生する。そのとき(18)式が成立する。

$$P_E > P_T \ \rightarrow \ \pi^2 EI/L^2 > 2GJ_T/a^2 \ \rightarrow \ a^2 > 2GJ_T L^2/\pi^2 EI \tag{18}$$

振り座屈発生時の Euler 座屈振幅 a_c は(19)式で与えられる。

$$a_c = L \times \mathrm{SQRT}(2GJ_T/(\pi^2 EI)) \tag{19}$$

３．臨界係数と座屈振幅比

ここで、材料物性(E、G)と断面形状(I、J_T)のみで定まる係数 $\mathrm{SQRT}(2GJ_T/(\pi^2 EI))$ を臨界係数 Q と定義する。

$$\text{臨界係数 } Q = \mathrm{SQRT}(2GJ_T/(\pi^2 EI)) \tag{20}$$

これを用いると(19)式より(21)式が得られる。

$$a_c = LQ \tag{21}$$

Euler 座屈モードにおける節点角 θ は $\theta = dy(0)/dx = \pi a/L$ なので、振り座屈が発生する臨界節点角(θ_c)は

$$\theta_c = \pi a_c/L = Q\pi \tag{22}$$

で与えられ、ブレースの長さや設置角度には依存しない値となる。ブレース材として用いられる主要な部材の臨界係数(Q)と臨界節点角(θ_c)を表 1 に示す。

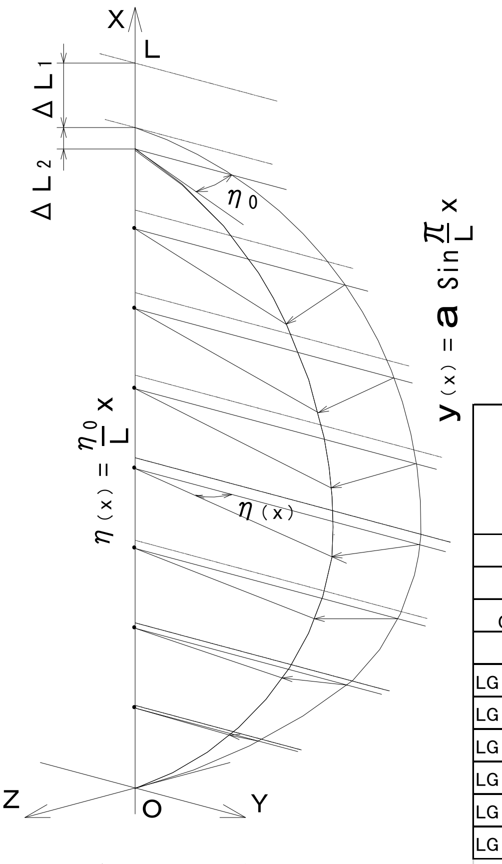

図２　曲げ振り座屈の変形モード（全体図）

Euler 座屈による中央部の曲げモーメントが弾性限モーメント M_{Ey} に達するときの座屈振幅を a_{Ey} とすると、

$$a_{Ey} = M_{Ey}/P_E = \sigma_y z/(\pi^2 EI/L^2) \tag{23}$$

ここで、座屈振幅比 r を(24)式で定義する。

$$r = a_{Ey}/a_c \tag{24}$$

(1) $r < 1$:($a_{Ey} < a_c$) の時､振り座屈振幅 a_c に達する前に Euler 座屈で降伏してしまうので、振り座屈は発生しない。

(2) $r > 1$:($a_{Ey} > a_c$) の時、振り座屈振幅 a_c より Euler 座屈降伏振幅 a_{Ey} が大きいので、振り座屈が発生する。

振り座屈発生限界($r = 1$)となる $L = L_{min}$ を表 1 に示す。

４．おわりに

Euler 座屈がブレース端部に強制振りを誘発するようなケースについて、臨界係数 Q と座屈振幅比 r を定義し、これらを用いて振り座屈発生判定の試案を考察した。

参考文献 1) :「建築の力学　－弾性論とその応用－」、桑村仁、技報堂出版、2013 年 11 月 5 日 1 版 4 刷

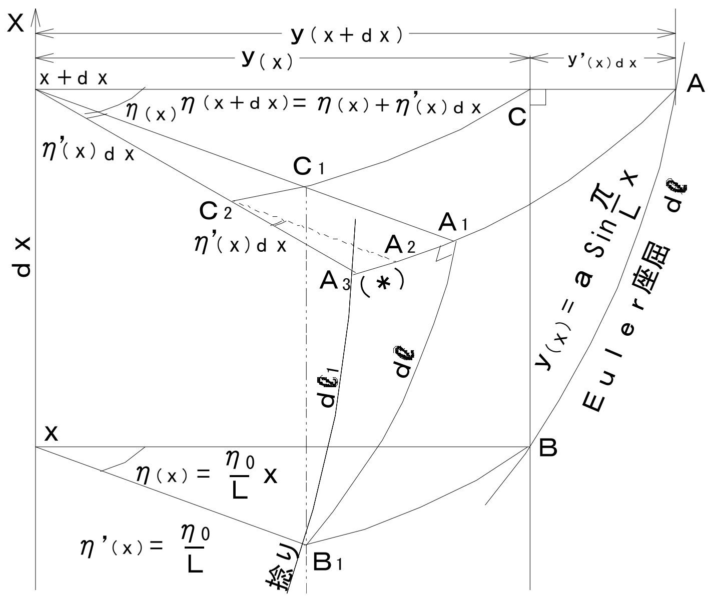

図３　曲げ振り座屈の変形モード（拡大図）

表１　主要ブレース材の曲げ振り座屈特性

部材	断面積	断面2次モーメント	ねじり定数		臨界係数	臨界節点角		断面係数	振り座屈限界長さ
			サン･ブナン	反りねじり					
	A	(弱軸) I_Y	J_T	C_W	Q	θc		Z_Y	Lmin
	mm^2	mm^4	mm^4	mm^6		ラジアン	度	mm^3	mm
CC-25	90.8	1064	80.3	2.549E+05	0.0768	0.2411	13.82	118.6	3485
CC-19	69.7	840	34.3	2.056E+05	0.0565	0.1775	10.17	91.7	2616
C-40×20×1.6	119.6	4643	104.9	1.218E+06	0.0420	0.1319	7.56	325.7	3028
AS-25	66.4	3154	23.0	1.800E+08	0.0239	0.0750	4.30	273.5	1392
LG 60×30×10×1.6	207.2	25527	182.4	8.282E+09	0.0236	0.0742	4.25	1316.7	2316
LG 60×30×10×2.3	287.2	33030	530.5	1.022E+10	0.0354	0.1113	6.37	1699.4	3482
LG 65×30×10×1.6	215.2	26270	189.2	8.984E+09	0.0237	0.0745	4.27	1330.0	2370
LG 65×30×10×2.3	298.7	34015	550.8	1.109E+10	0.0356	0.1117	6.40	1718.0	3561
LG 75×45×15×1.6	295.2	87050	257.5	8.538E+10	0.0152	0.0477	2.74	3132.0	2137
LG 75×45×15×2.3	413.7	116883	753.5	1.109E+11	0.0224	0.0705	4.04	4198.2	3160
E = 2.05E+05 N/mm^2,　G = 79000N/mm^2,　Q = SQRT(2GJ_T/EI)/π,							σ_y =	400	N/mm^2

*1 桐井製作所　工学博士
Kirii Construction Materials Co., Ltd., Dr. Eng.